

## BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Landasan Teori

#### 2.1.1 Gelombang Akustik Bawah Air

Akustik bawah air adalah ilmu yang mempelajari perilaku gelombang suara dalam medium air. Berbeda dengan gelombang elektromagnetik, gelombang akustik dapat merambat jauh di dalam air, membuatnya menjadi alat yang sangat berguna untuk eksplorasi dan komunikasi bawah air (Urlick, 1983). Karakteristik unik ini memungkinkan penggunaan teknologi sonar untuk berbagai aplikasi, termasuk pemetaan dasar laut, deteksi objek bawah air, dan studi tentang kehidupan laut. Selain itu, pemahaman tentang akustik bawah air juga penting dalam konteks mitigasi dampak kebisingan antropogenik terhadap ekosistem laut, mengingat semakin meningkatnya aktivitas manusia di lingkungan perairan (Cato & McCauley, 2001).

Gelombang akustik bawah air termasuk dalam gelombang mekanis yang merambat melalui suatu medium, seperti benda padat, air, atau udara, yang memiliki tekanan berbeda. Gelombang akustik merupakan termasuk gelombang longitudinal yang artinya partikel-partikel dalam medium bergerak searah dengan rambat gelombang. Terdapat beberapa contoh sumber gelombang akustik dalam kehidupan sehari-hari alat musik, suara manusia, suara mesin, atau ledakan suatu benda (Suharyo et al., 2018).

Kecepatan suara dalam air laut umumnya sekitar 1500 m/s, namun dapat bervariasi tergantung pada suhu, salinitas, dan tekanan. Persamaan umum untuk kecepatan suara dalam air laut diberikan oleh Medwin (2005):

$$c = 1449.2 + 4.6T - 0.055T^2 + 0.00029T^3 + (1.34 - 0.010T)(S - 35) + 0.016z \quad (1)$$

di mana  $c$  adalah kecepatan suara ( $m/s$ ),  $T$  adalah suhu ( $^{\circ}C$ ),  $S$  adalah salinitas ( $ppt$ ), dan  $z$  adalah kedalaman ( $m$ ).

### 2.1.2 Perambatan Gelombang Suara Bawah Air

Perambatan gelombang suara di bawah air dipengaruhi oleh berbagai faktor, termasuk refleksi, refraksi, dan absorpsi. Model ray tracing sering digunakan untuk menggambarkan perambatan ini (Jensen et al., 2011). Dalam model ini, gelombang suara dipandang sebagai sinar yang merambat melalui medium air.

Refraksi gelombang suara terjadi karena variasi kecepatan suara dengan kedalaman, yang dapat digambarkan oleh profil kecepatan suara. Hukum Snell untuk refraksi akustik dinyatakan sebagai:

$$\frac{\cos(\theta_1)}{c_1} = \frac{\cos(\theta_2)}{c_2} \quad (2)$$

di mana  $\theta$  adalah sudut terhadap horizontal dan  $c$  adalah kecepatan suara pada dua kedalaman yang berbeda.

### 2.1.3 Daerah Senyap Bawah Air

Daerah senyap merujuk pada wilayah dalam medium tertentu di mana gelombang suara tidak dapat menyebar karena adanya perbedaan kecepatan gelombang tersebut yang mengarah pada pembelokan. Di lingkungan bawah air, faktor-faktor seperti perbedaan suhu, salinitas, dan kedalaman air memiliki dampak signifikan terhadap kecepatan gelombang suara, sehingga terjadilah fenomena pembelokan (Pratama, 2019). Perubahan ini mempengaruhi kemampuan sistem sonar untuk mendeteksi atau mencapai daerah-daerah tertentu di dalam laut.

Medwin (2005) memberikan definisi yang lebih mendetail mengenai daerah senyap sebagai area di bawah air di mana gelombang suara tidak dapat mencapai atau dideteksi oleh sistem sonar. Pembentukan daerah senyap ini, menurut Brekhovskikh dan Lysanov (2013), terjadi karena adanya variasi kecepatan gelombang suara dalam air. Variasi ini mengakibatkan terjadinya pembelokan atau bahkan penghamburan

gelombang suara di dalam medium air, yang mengurangi kemampuan deteksi dan mencapai wilayah tertentu di bawah laut.

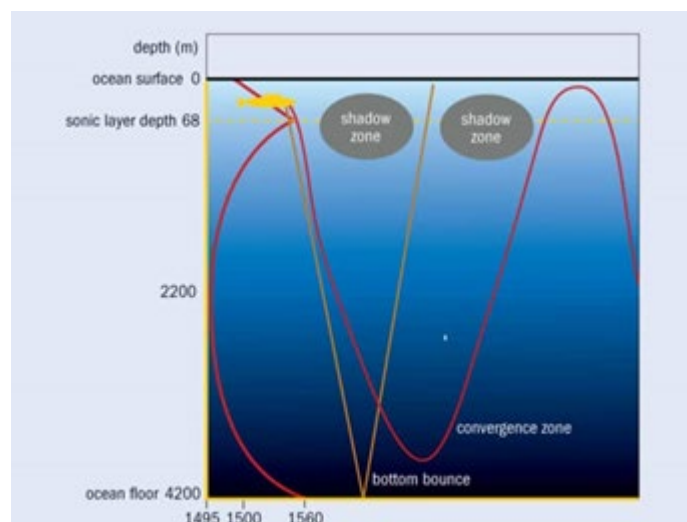
#### 2.1.4 Metode Perhitungan Luas Daerah Senyap

Beberapa metode telah dikembangkan untuk menghitung luas daerah senyap. (Felsen dan Marcuvitz (1994) membahas pendekatan numerik dan analitik dalam konteks ini. Metode ray tracing, sebagaimana dijelaskan oleh Etter (2001), telah banyak digunakan untuk memodelkan perambatan suara dan mengidentifikasi daerah senyap. Namun, metode ini memiliki keterbatasan dalam menangani data yang tidak lengkap atau situasi dengan variabilitas tinggi.

Secara matematis, luas daerah senyap dapat direpresentasikan sebagai integral dua dimensi:

$$A = \int_a^b f(x) dx \quad (3)$$

Di mana  $A$  adalah luas daerah senyap,  $[a, b]$  adalah interval batas daerah senyap pada sumbu  $x$ , dan  $f(x)$  adalah fungsi yang menggambarkan batas atas daerah senyap. Dalam konteks ini,  $f(x)$  mewakili "ketinggian" atau "lebar" daerah senyap pada setiap titik  $x$ .



**Gambar 2.1.1** Daerah Senyap Bawah Air

(Sumber: physicsworld.com)

Visualisasi sederhana dari daerah senyap dapat digambarkan sebagai area di bawah kurva  $f(x)$  antara  $a$  dan  $b$  pada sumbu  $x$ . Pendekatan integral satu dimensi ini memungkinkan perhitungan luas daerah senyap dengan mempertimbangkan variasi "ketinggian" atau "lebar" daerah senyap sepanjang satu dimensi, yang sering kali lebih mudah diterapkan dalam situasi praktis dibandingkan dengan integral dua dimensi.

### 2.1.5 Pencocokan Kurva dan Fungsi $s$ -konveks

Pencocokan kurva merupakan teknik yang dapat digunakan untuk memodelkan batas daerah senyap berdasarkan data yang tersedia. Dalam konteks ini, penggunaan fungsi  $s$ -konveks menawarkan fleksibilitas tambahan dalam pemodelan. Definisi dan sifat-sifat fungsi  $s$ -konveks telah diberikan oleh Dragomir (2003), yang menggeneralisasi fungsi konveks. Teknik ini menjadi penting dalam analisis untuk mengidentifikasi struktur batas daerah secara lebih tepat.

Penelitian lebih lanjut mengenai karakteristik fungsi  $s$ -konveks dan aplikasinya telah dilakukan oleh Hudzik dan Maligranda (1994). Mereka menyelidiki berbagai aspek teoritis dan praktis dari fungsi ini dalam berbagai bidang matematika. Penemuan mereka memperluas pemahaman kita tentang kemungkinan aplikasi dan implikasi teori  $s$ -konveks dalam pemodelan matematis yang kompleks.

### Fungsi Konveks

Sebuah fungsi  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  dikatakan konveks jika untuk setiap  $x_1, x_2 \in [a, b]$  dan  $t \in [0, 1]$ , berlaku:

$$f(tx_1 + (1-t)x_2) \leq tf(x_1) + (1-t)f(x_2) \quad (4)$$

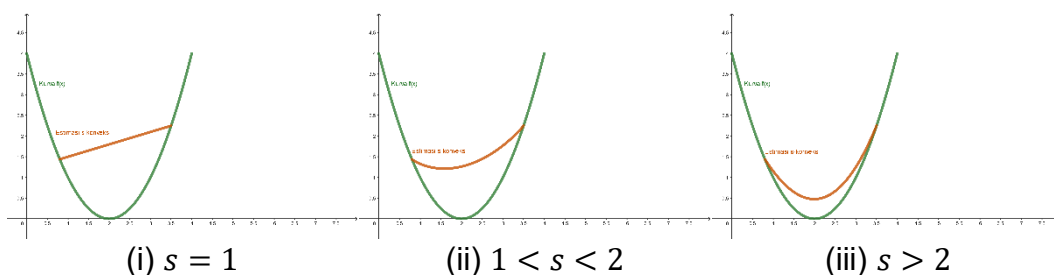
Secara geometris, ini berarti bahwa garis yang menghubungkan dua titik pada grafik fungsi selalu berada di atas atau pada grafik fungsi tersebut (Boyd & Vandenberghe, 2004). Konsep ini memiliki aplikasi luas dalam optimisasi dan analisis numerik.

## Fungsi $s$ -Konveks

Hudzik dan Maligranda (1994) memperkenalkan konsep fungsi  $s$ -konveks sebagai generalisasi dari fungsi konveks. Sebuah fungsi  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  dikatakan  $s$ -konveks jika terdapat  $s \in (0, 1]$  sehingga untuk setiap  $x_1, x_2 \in [a, b]$  dan  $t \in [0, 1]$ , berlaku:

$$f(tx_1 + (1-t)x_2) \leq t^s f(x_1) + (1-t)^s f(x_2) \quad (5)$$

Konsep ini memperluas definisi konveksitas klasik, di mana fungsi konveks standar merupakan kasus khusus dari fungsi  $s$ -konveks dengan  $s = 1$ . Ketika nilai  $s$  melebihi 1, konsep fungsi  $s$ -konveks mengalami perubahan signifikan yang mempengaruhi sifat dan perilaku fungsi tersebut. Karakteristik fungsi  $s$ -konveks untuk  $s > 1$  yang lebih kuat daripada fungsi  $s$ -konveks biasa. Kurva fungsi  $s$ -konveks untuk  $s > 1$  cenderung lebih cekung dibandingkan dengan fungsi  $s$ -konveks standar. Ketika nilai  $s$  semakin besar, maka semakin cekung pula kurva fungsinya. Gambar 2.1.2 memvisualisasikan perbedaan antara fungsi konveks biasa ( $s = 1$ ) dan fungsi  $s$ -konveks dengan  $s > 1$ .



**Gambar 2.1.2** Variasi bentuk kurva estimasi  $s$ -konveks terhadap  $s$

(Sumber: diolah oleh peneliti)

Penggunaan fungsi  $s$ -konveks dalam penelitian ini bertujuan untuk pencocokkan kurva sehingga memberikan fleksibilitas lebih besar dalam memodelkan batas daerah senyap. Kemampuan fungsi  $s$ -konveks untuk menangkap variasi yang lebih halus dalam data memungkinkan pemodelan yang lebih akurat dibandingkan dengan fungsi konveks biasa, terutama

untuk fenomena yang memiliki karakteristik non-linear (S. Dragomir, J. Pečarić, 2001).

### 2.1.6 Estimasi Nilai Integral Tentu

Kirmaci et al (2007) mengembangkan beberapa ketaksamaan integral yang dapat digunakan untuk estimasi nilai integral tentu fungsi  $s$ -konveks. Penelitian ini memberikan dasar untuk pengembangan metode estimasi yang lebih akurat. Ketaksamaan integral yang dikembangkan oleh Kirmaci et al. memungkinkan peneliti untuk memperkirakan nilai integral dengan lebih presisi. Metode ini sangat berguna dalam berbagai aplikasi matematika dan teknik, terutama dalam analisis fungsi yang memiliki sifat  $s$ -konveks. Dengan menggunakan ketaksamaan ini, perhitungan luas daerah senyap dapat dilakukan dengan lebih efisien dan akurat, yang penting dalam berbagai bidang seperti akustik dan pengolahan sinyal.

Estimasi integral tentu dari fungsi  $s$ -konveks dapat dilakukan dengan menggunakan konsep dua titik dari fungsi  $f$ . Titik-titik tersebut adalah  $(x_1, f(x_1))$  dan  $(x_2, f(x_2))$  dengan  $x_1 \leq x < x_2, \forall x, x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+$ . Metode ini memungkinkan perhitungan yang lebih akurat dalam berbagai aplikasi matematika. Berdasarkan definisi fungsi  $s$ -konveks, yaitu :

$$f(x) = f(tx_1 + (1-t)x_2) \leq t^s f(x_1) + (1-t)^s f(x_2)$$

Dapat diambil didapati  $x = tx_1 + (1-t)x_2$  , maka:

$$t = \frac{x_2 - x_1}{x_2 - x_0}, \quad \forall t \in [0, 1]$$

Memfaatkan bentuk  $t$  di atas, Sarikaya, M. Z., Saglam, A., & Yildirim, H. (2008) mengembangkan bentuk eksplisit integral tentu dari fungsi  $s$ -konveks sebagai berikut:

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) = \frac{x_2 - x_1}{s + 1} (f(x_1) + f(x_2)) \quad (6)$$

### 2.1.7 Galat

Dalam analisis numerik, pemahaman tentang galat (error) merupakan aspek fundamental untuk mengevaluasi akurasi dan efisiensi metode aproksimasi. Konsep galat menjadi landasan penting dalam pengembangan dan analisis algoritma numerik. Subbab ini akan membahas tiga jenis galat yang krusial dalam metode iteratif: galat eksak, galat relatif, dan galat relatif berurutan, yang masing-masing memiliki peran spesifik dalam evaluasi metode numerik (Burden & Faires, 2010).

#### 1. Galat Eksak

Galat eksak didefinisikan sebagai besaran absolut dari selisih antara nilai eksak dan nilai aproksimasi. Secara matematis, jika  $x$  merepresentasikan nilai eksak dan  $x_n$  adalah aproksimasi ke- $n$ , maka galat eksak  $E_n$  diformulasikan sebagai:

$$E_n = |x - x_n| \quad (7)$$

Galat eksak memberikan ukuran langsung dari deviasi aproksimasi terhadap nilai sebenarnya. Meskipun konsep ini sederhana, penggunaannya dalam praktik sering terbatas karena nilai eksak  $x$  umumnya tidak diketahui, terutama dalam kasus di mana metode numerik diaplikasikan. Oleh karena itu, galat eksak lebih sering digunakan dalam analisis teoretis daripada dalam implementasi praktis (Atkinson, 2001).

#### 2. Galat Relatif

Untuk mengatasi keterbatasan galat eksak, galat relatif diperkenalkan sebagai rasio antara galat eksak dan nilai eksak. Galat relatif  $\varepsilon_n$  didefinisikan sebagai:

$$\varepsilon_n = \left| \frac{x - x_n}{x} \right| \quad (8)$$

Galat relatif menyediakan ukuran galat yang dinormalisasi, memungkinkan perbandingan galat untuk nilai-nilai dengan

magnitud yang berbeda. Konsep ini lebih informatif dibandingkan galat eksak karena memberikan perspektif tentang signifikansi galat dalam konteks nilai yang diaproksimasi. Namun, galat relatif masih memerlukan pengetahuan tentang nilai eksak  $x$ , yang seringkali tidak tersedia dalam aplikasi praktis (Quarteroni, A., Sacco, R., & Saleri, F, 2007).

### 3. Galat Relatif Berurutan

Galat relatif berurutan merupakan metrik yang sangat berguna dalam konteks metode iteratif. Didefinisikan sebagai rasio antara selisih dua aproksimasi berurutan dan aproksimasi terbaru, galat relatif berurutan  $\varepsilon_n$  diformulasikan sebagai:

$$\varepsilon_n = \left| \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n} \right| \quad (9)$$

di mana  $x_n$  dan  $x_{n-1}$  adalah aproksimasi pada iterasi ke- $(n)$  dan ke- $n - 1$  secara berurutan.

Galat relatif berurutan memiliki beberapa keunggulan signifikan:

- a. Tidak memerlukan pengetahuan tentang nilai eksak  $x$ , membuatnya lebih praktis untuk implementasi.
- b. Memberikan indikasi langsung tentang laju konvergensi metode iteratif.
- c. Dapat digunakan sebagai kriteria penghentian yang efektif dalam algoritma iteratif.

Dalam implementasi praktis, proses iterasi biasanya dihentikan ketika galat relatif berurutan memenuhi kriteria  $\varepsilon_n < \tau$ , dimana  $\tau$  adalah toleransi yang ditentukan sebelumnya, merepresentasikan tingkat akurasi yang diinginkan (Josef Stoer, 2002). Penggunaan galat relatif berurutan sebagai kriteria penghentian meningkatkan efisiensi komputasi dengan menghindari iterasi yang tidak perlu

setelah mencapai tingkat akurasi yang diinginkan. Hal ini sangat penting dalam aplikasi numerik yang kompleks dan komputasi intensif (Heath, 2005).

Pemahaman dan aplikasi yang tepat dari konsep-konsep galat ini sangat penting dalam pengembangan dan analisis metode numerik yang efisien dan akurat. Konsep-konsep ini tidak hanya memberikan dasar teoretis untuk evaluasi metode numerik, tetapi juga panduan praktis untuk implementasi dan optimisasi algoritma. Selanjutnya, konsep-konsep ini akan digunakan sebagai dasar dalam evaluasi dan optimisasi metode iteratif yang dibahas dalam penelitian ini, memungkinkan analisis yang lebih mendalam tentang kinerja dan reliabilitas metode yang diusulkan (David Kincaid, 1991).

## 2.2 Hasil Penelitian Terdahulu

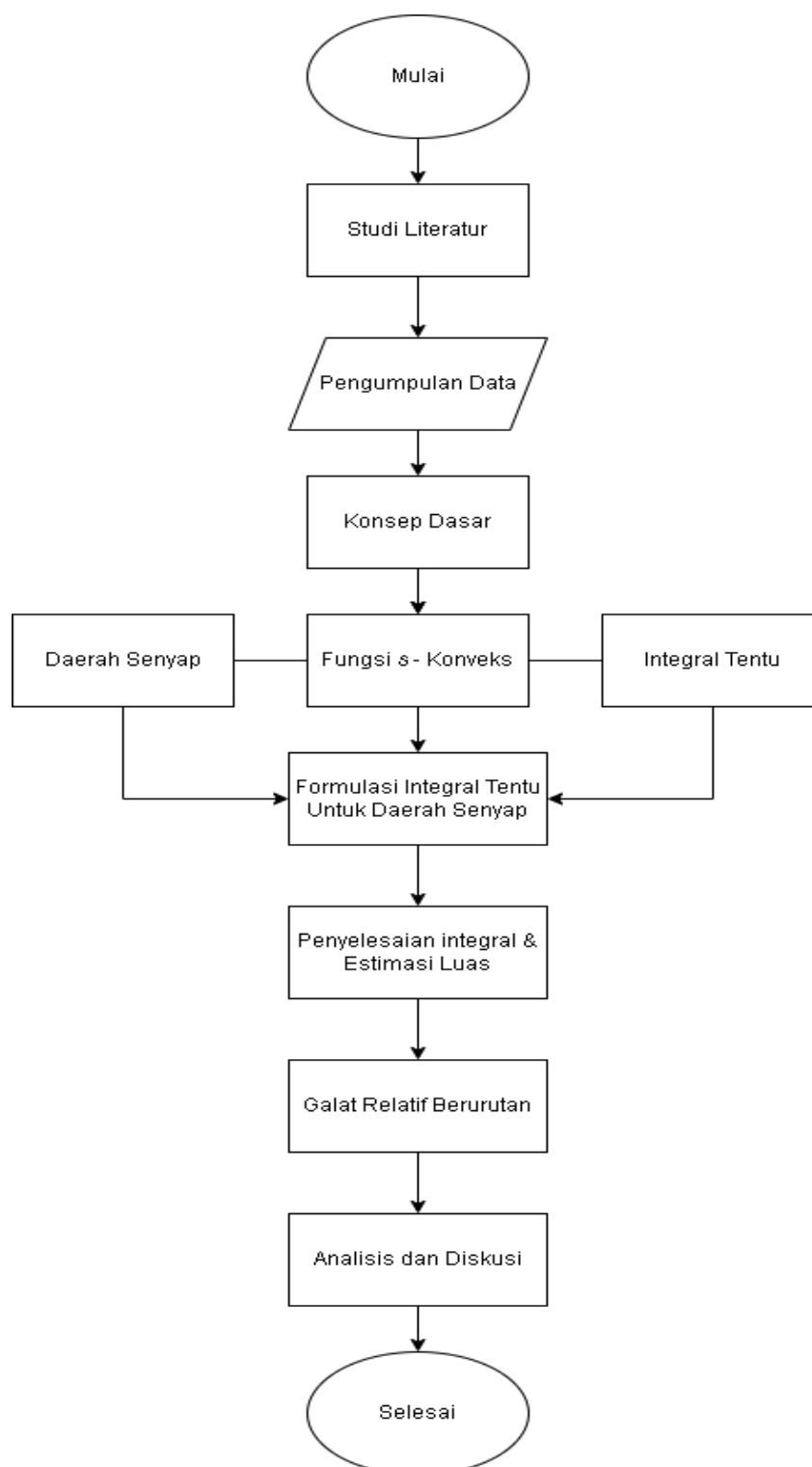
Pada Tabel 2.2.1 disajikan berbagai hasil penelitian terdahulu yang uraiannya relevan dengan topik permasalahan penelitian ini sebagai perluasan wawasan dan dasar dalam menyusun kerangka pikir penelitian.

**Tabel 2.2.1** Penelitian Terdahulu

1.	Judul	Studi Karakteristik Geospasial Daerah Senyap (Daerah senyap) Menggunakan Pendekatan Monterrey-Miami Parabolik Equation (MMPE) di Perairan Selat Sunda Bagian Selatan
	Tahun	2023
	Penulis	Khalif Keninggan, Muhammad Helmi dan Azis Rifai
	Kesimpulan	Terdapat perbedaan letak daerah senyap akibat dari keragaman profil vertikal suhu, salinitas, dan kedalaman pada setiap titik di Selat Sunda Bagian Selatan.
2	Judul	Studi Karakteristik Perambatan Akustik Bawah Air Di Selat Makassar Dengan Menggunakan Software Monterey – Miami Parabolik Equation
	Tahun	2022
	Penulis	Lukman Hakim (Skripsi)
	Kesimpulan	Diketahui tempat peletakan alat monitoring kapal selam yang paling optimal untuk menghindari <i>transmission loss</i> (TL) yang besar setelah dilakukan pemodelan perambatan gelombang akustik di Selat Makassar.
3	Judul	Penentuan Daerah senyap Di Laut Secara Komputasi Dengan Simulasi Penjalaran Sinar Akustik
	Tahun	2019
	Penulis	Defrianto, Nando Pratama
	Kesimpulan	Diketahui rata-rata daerah senyap berada pada kedalaman 0-800 m dengan jarak 4000-9000 m.

(Sumber: diolah oleh peneliti)

### 2.3 Kerangka Pemikiran



**Bagan 2.2.1** Diagram Alur Penelitian

(Sumber: diolah oleh peneliti)